Institut für Analysis und Numerik
Universität Magdeburg
Thomas Richter
thomas.richter@ovgu.de

05.05.2023

Übung Nr. 4 zur Vorlesung Numerik partieller Differentialgleichungen
Sommersemester 2023

Aufgabe 4.1:

Man prüfe, ob das Bramble-Hilbert-Lemma auf die folgenden Situationen anwendbar ist.

a) $v \in H^2(T)$. Standard lineare Lagrange Knotenfunktionale in den Eckpunkten x_i

$$\chi_i(v) = v(x_i)$$

Fehler in H^1-Seminorm

$$\|\nabla(v - I_h v)\|$$

b) $v \in H^2(T)$. Morley-Element mit

$$\chi_i(v) = v(x_i)\ i = 1, 2, 3, \quad \chi_j(v) = \frac{1}{|e_i|}\int_{e_i} \partial_n v\, ds\ j = 1, 2, 3.$$

Fehler in der Max-Norm

$$\|v - I_h v\|_{L^\infty(T)}$$

c) $v \in H^1(T)$, Knotenfunktionale in den Kantenmittel $m_i \in \partial T$

$$\chi_i(v) = v(m_i)$$

Fehler in der L^2-Norm

$$\|v - I_h v\|_T$$

d) Wie bei **c)** aber Knotenfunktionale sind die Mittelwerte der Kanten $e \subset \partial T$

$$\chi_i(v) = \frac{1}{|e_i|}\int_{e_i} v\, ds$$

Aufgabe 4.2: ir betrachten das Referenzdreieck $T = (0, 0), (1, 0), (0, 1)$ mit den drei Eck-

Mittelpunkten $e_1 = (0.5, 0)$, $e_2 = (0.5, 0.5)$ und $e_3 = (0, 0.5)$. Man erstelle die verallgemeinerte Lagrange-Basis gemäß

$$\chi_i(\phi_j) = \delta_{ij}$$

zu den Knotenfunktionalen

$$\chi_i(v) = \int_{e_i} v \, ds$$

Aufgabe 4.3: er allgemeine Interpolationssatz auf den Referenzzellen $\hat{T}$ enthält keine Potenzen in der Gitterweite h. Was ist der Mechanismus, um h-Potenzen auf den Gitterzellen $T \in \Omega_h$ zu erreichen? Und wovon hängt die erreichte Ordnung ab?

Besprechung der Übungen in der kommenden Woche.
Abgabe zur Korrektur und für Feedback per Mail an `thomas.richter@ovgu.de`.